UDC 0049: 336.12

Model of Stochastic Automation Asymptotically Optimal Behavior for Inter-budget Regulation

[1] Elena D. Streltsova
[2] Irina V. Bogomyagkova
[3] Vladimir S. Streltsov

[1] South Russian State Technical University (NPI), Russian Federation
Dr. (Economy), Professor
346428 Rostov region, Novocherkassk, st. Day 97, Apt. 237
E-mail: el_strel@mail.ru
[2] South Russian State Technical University (NPI), Russian Federation
PhD (Economy), Associate Professor
Novocherkassk, st. Day 97, Apt.148
E-mail: el_strel@mail.ru
[3] South Russian State Technical University (NPI), Russian Federation
PhD (Technical), Associate Professor
Novocherkassk, st. Day 97, Apt. 237
E-mail: el_strel@mail.ru

Abstract. This paper is focused on the topical issue of inter-budget control in the structure <region> ↔ <municipality> by applying econometric models. To create the decision-making model, mathematical tool of the theory of stochastic automation, operating in random environments was used. On the basis of the application of this mathematical tool, the adaptive training economic and mathematical model, able to adapt to the environment, maintained by the income from the payment of federal and regional taxes and fees, payable to the budget of the constituent entity of the RF and paid to the budget of a lower level in the form of budget regulation was developed. The authors have developed the structure of the machine, described its behavior in a random environment and introduced the expression for the final probabilities of machine in each of its states. The behavioral aspect of the machine by means of a mathematically rigorous proof of the theorem on the feasibility of behavior and the asymptotic optimality of the proposed design of the machine were presented.

Keywords: Inter-budget regulation; economic and mathematical model; stochastic automaton; asymptotic optimality.

Введение. Отличительной чертой современных условий формирования финансовых отношений между регионами и муниципальными образованиями является реформа межбюджетных отношений, отправной точкой которой является принятие законов «Об общих принципах организации местного самоуправления» [1] и «О внесении изменений в бюджетный кодекс Российской Федерации в части регулирования межбюджетных отношений» [2]. Появившаяся в результате реформы новая система межбюджетных отношений определила следующие основные инструменты межбюджетного регулирования, дающие возможность органам власти субъекта РФ обеспечить местные бюджеты собственными доходами [3]:

- установление нормативов отчислений в местные бюджеты от налогов, подлежащих зачислению в бюджет субъекта РФ;

-дотации местным бюджетам на выравнивание их уровня бюджетной обеспеченности через фонды финансовой поддержки и другая финансовая помощь;

-перечисления из местных бюджетов в бюджет субъекта РФ («отрицательные трансферты» из бюджетов наиболее обеспеченных бюджетными доходами муниципальных образований).

В связи с этим, в настоящее время особый интерес вызывает стоящая перед органами государственной власти субъектов РФ стратегическая задача выбора пропорций, в которых будут распределяться основные средства межбюджетного регулирования в соответствии с этими инструментами, в форме отчислений от налогов, дотаций, субсидий и субвенций. Решение этой задачи сводится к выбору соотношения приоритетов [3]: <стимулирование муниципальных органов власти в развитии налоговой базы>↔<равномерное распределение финансовых ресурсов>. В проводимых до настоящего времени исследованиях, касающихся отношений межбюджетного регулирования, в основном уделялось внимание их пассивной составляющей – перераспределению средств бюджета вышестоящего уровня в бюджеты нижестоящего в форме дотаций, субсидий, субвенций. Такой способ регулирования выполняет функцию выравнивания уровня бюджетной обеспеченности территорий. В рамках этих исследований разрабатывались математические модели для определения объёмов финансовой помощи, оказываемой регионами муниципальным образованиям. Такие модели в своё время сыграли положительную роль, т.к. позволили снизить влияние субъективной составляющей при определении величины финансовой помощи. Но они не смогли приостановить рост имеющих место в муниципальных образованиях иждивенческих настроений, способствовать снижению дотационности и, как следствие, развитию инициативы и самостоятельности на местах. Одной из главных причин, препятствующих экономическому росту России, являются иждивенческие настроения в субъектах РФ и муниципальных образованиях. Функция стимулирования территорий в их экономическом росте возложена на механизм дополнительных отчислений от налогов и сборов, подлежащих зачислению в региональный бюджет. Всё это имплицирует необходимость сосредоточения внимания на внутрирегиональных межбюджетных отношениях, в частности на отношениях межбюджетного регулирования, ориентируя их на сокращение дотационности бюджетов, повышение самостоятельности, развитие инициативы и ответственности региональных и местных органов власти за принимаемые ими финансовые решения, их стимулирование в наращивании налогового потенциала.

Эффективное решение этой задачи возможно посредством создания и использования систем поддержки принятия решений (СППР), функционирующих на основе применения экономико-математических моделей, адекватно описывающих процессы принятия решений.

Автоматная модель поддержки принятия решений по межбюджетному регулированию

В [4] предложена экономико-математическая модель долевого распределения поступлений от уплаты конкретного вида налога в виде абстрактного адаптивного устройства, способного хорошо приспосабливаться к условиям изменения внешней среды – модель стохастического автомата A, функционирующего в стационарной случайной среде и представляющего собой абстрактное адаптивное управляющее устройство, имеющее входы, выходы и состояния $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \ldots, \varphi_k(t)$, в которые он может переходить в любой дискретный момент времени t. Состояния $\varphi_i(t)$, $i=\overline{1,k}$ отражают доли отчислений в бюджеты муниципальных образований от налогов, поступающих в бюджет субъекта РФ. Является очевидным, что величины состояний оказывают влияние на формирование материальной составляющей бюджета, обозначаемой в [1] величиной $Z(t)$ и играющей роль выхода автомата A. На вход автомата поступают отражающие реакцию внешней среды сигналы, подразделяющиеся на два класса: выигрыш, проигрыш. Автомат A выигрывает, если в бюджете в момент времени t образовался текущий профицит, т.е. если уровень запаса положителен $Z(t) > 0$. Выигрыш автомата A идентифицируется поступлением на его вход в момент времени $(t+1)$ входного сигнала $V_1(t+1) = 1$. Автомат A проигрывает, если в бюджете в момент времени t образовался текущий дефицит, т.е. $Z(t) < 0$. В этом случае на его вход поступает сигнал $V_0(t+1) = 0$. Будем следовать обозначениям, используемым в [1], в соответствии с которыми вероятность выигрыша автомата A в состоянии φ_α, $\alpha = \overline{1,k}$ описана переменной p_α. Тогда вероятность проигрыша q_α $\alpha = \overline{1,k}$ автомата A в состоянии φ_α составит $q_\alpha = 1 - p_\alpha$. Вектор $p = (p_1, p_2, ..., p_k)$ рассматривается как вероятностные характеристики внешней случайной среды, в которую погружён автомат A. В [1] разработана структура автомата A, в соответствии с которой он ведёт себя следующим образом. При выигрыше в состоянии $\varphi_i(t)$ автомат A в момент времени $(t+1)$ остаётся в этом же состоянии, при проигрыше он переходит в любое другое состояние $\varphi_j(t+1) \neq \varphi_i(t)$. При этом принято, что вероятность a_{ij} перехода автомата из состояния φ_i в состояние φ_j, $j = \overline{1,k-1}$ одинакова для любого $\varphi_j \neq \varphi_i$ и равна $a_{ij} = \dfrac{1}{k-1}$. В соответствии с предписанным автомату поведением согласно его структуре авторами [1] построена функция переходов автомата из состояния в состояние, на основе которой определены выражения для финальных вероятностей P_i^Φ того, что автомат выберет состояние φ_j, $j = \overline{1,k}$:

$$P_1^\phi = \frac{1}{q_1 \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}; \quad P_2^\phi = \frac{1}{q_2 \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}; \quad .....; \quad P_k^\phi = \frac{1}{q_k \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{q_i}}.$$

В этой статье исследован поведенческий аспект функционирования автомата предложенной структуры, погружённого в случайную среду. Поведенческая составляющая оценивается по критерию целесообразности поведения и асимптотической оптимальности автоматов предложенной конструкции.

Целесообразность поведения и асимптотическая оптимальность автомата

Целесообразность поведения автомата рассматривается с позиций увеличения частоты его выигрышей и оценивается по величине математического ожидания выигрыша $M(A)$. Будем считать, что автомат ведёт себя целесообразно, если его величина его математического ожидания выигрыша $M(A)$ превышает величину оценки математического ожидания выигрыша M_0 такого автомата, который выбирает свои действия равновероятно [2]. Критерием целесообразности поведения автомата является выполнение условия $M(A) > M_0$, где $M_0 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} p_i}{k}$, $M(A) = P_i^\Phi \cdot p_i$.

Целесообразность поведения логически выводится в ходе доказательства следующей теоремы.

Теорема 1.

Автомат A обладает свойством целесообразного поведения.

Доказательство.

В соответствии с полученными выражениями для финальных вероятностей P_i^{Φ}, $i=\overline{1,k}$, математическое ожидание выигрыша автомата A имеет вид: $M(A)=\sum_{i=1}^{k}\frac{p_i}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$. В связи с тем, что $p_i+q_i=1$, запишем $M(A)=\sum_{i=1}^{k}\frac{1-q_i}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$.
Перепишем это выражение в виде:

$$M(A)=\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}\right]=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}.$$

В соответствии с критерием о целесообразности поведения должно выполняться неравенство $\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}>\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}$. Докажем выполнение этого неравенства.

Запишем неравенство в виде: $\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}>0$. Введём обозначение: $Q=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}$. Преобразуем последнее выражение с учётом того, что $p_i+q_i=1$, $i=\overline{1,k}$:

$$Q=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-1+\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k}.$$

Нам необходимо доказать, что величина $Q>0$. В выражении Q заменим $\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k}$ на величину $\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$ и рассмотрим следующее выражение:

$$\tilde{Q}=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-1+\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}-\sum_{i=1}^{k}1-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}+k\right].$$

Очевидно, что $\tilde{Q}=0$. В связи с тем, что $\sum_{i=1}^{k}\frac{q_i}{k}>\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$ (среднее арифметическое всегда больше среднего гармонического), можно записать: $\tilde{Q}<Q$. Но $\tilde{Q}=0$, поэтому величина $Q>0$, т.е. $M(A)>\frac{\sum_{i=1}^{k}p_i}{k}$, что и требовалось доказать.

Рассмотрим другую характеристику качества функционирования автомата A – асимптотическую оптимальность. Обозначим через $A(i)$ автомат, функционирующий в случайной среде, ёмкость памяти которого равна i. Под ёмкостью памяти автомата понимается количество его состояний. Тогда будем считать, что последовательность автоматов $A(1),A(2),\ldots,A(k)$ является асимптотически оптимальной, если выполняется равенство: $\lim\limits_{k\to\infty}M(A)=p_{\max}$, где $p_{\max}$ – максимальное значение вероятности выигрыша, который получает автомат A в каком-либо из состояний φ_i, $i=\overline{1,k}$. Заключение об асимптотическая оптимальность последовательности автоматов $A(1),A(2),\ldots,A(k)$ является следствием доказательства следующей теоремы.

__**Теорема 2.**__

Автомат A обладает свойством асимптотической оптимальности.

Доказательство.

В соответствии с критерием асимптотической оптимальности, как $\lim\limits_{k\to\infty}M(A)=p_{\max}$ можно утверждать, что автомат, принадлежащий асимптотически оптимальной последовательности, при достаточно большой величине ёмкости памяти k должен производить почти то действие, при котором оценка вероятности выигрыша максимальна [2]. Запишем полученное ранее выражение для математического ожидания выигрыша $M(A)$ автомата A:

$$M(A)=\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}.$$

Для доказательства того, что $\lim\limits_{k\to\infty}M(A)=p_{\max}$, достаточно доказать, что при $k\to\infty$ величина математического ожидания выигрыша $M(A)$ стремиться к единице

$\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}\to 1$. Выполнение этого условия записывается равенством

$$\lim_{k\to\infty}M(A)=\lim_{k\to\infty}\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}\right]=1.$$

Выполним следующие преобразования: $\lim_{k\to\infty}M(A)=\lim_{k\to\infty}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}-\lim_{k\to\infty}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$. В виду того, что $q_i\in[0,1]$, можно утверждать, что $\frac{1}{q_i}>1$. Тогда при $k\to\infty$ величина $\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}\to\infty$, а величина предела $\lim_{k\to\infty}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}=0$. Следовательно, вычисление предела математического ожидания $M(A)$ сводится к определению предела величины $\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$:

$\lim_{k\to\infty}M(A)=\lim_{k\to\infty}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_i}}$. Рассмотрим самый неблагоприятный случай, когда $q_i=q_{\max}$, $i=\overline{1,k}$, т.е. $p_i=p_{\min}$. В этом случае $\lim_{k\to\infty}M(A)=\lim_{k\to\infty}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_{\max}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{q_{\max}}}=1$. Имеем, что даже при максимальном проигрыше q_i, $i=\overline{1,k}$, автомат A ведёт себя асимптотически оптимально. Что и требовалось доказать. Асимптотическая оптимальность автомата означает, что автомат A способен хорошо приспосабливаться к окружающей его среде и при достаточно большой ёмкости памяти ведёт себя не хуже чем человек, которому заранее известны вероятности выигрышей в каждом состоянии φ_i, $i=\overline{1,k}$. Состояния автомата $\varphi_j(t)$ $j=\overline{1,k}$ рассматриваются в качестве возможных решений относительно величины нормативов отчислений финансовых ресурсов в бюджеты муниципальных образований от уплаты налогов и сборов, подлежащих зачислению в бюджет регионального уровня бюджетной системы РФ. Финальные вероятности $P_{\alpha}^{\Phi}, \alpha = \overline{1,k}$ дают количественную оценку целесообразности принятия этих решений.

Выводы.

В результате проведённых исследований получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Построена автоматная модель принятия решений по долевому распределению федеральных и региональных налогов и сборов, подлежащих зачислению в региональный бюджет, между уровнями бюджетной системы РФ. Модель обладает свойством адаптации к случайной среде, создаваемой динамикой налоговых поступлений.

2. Разработана конструкция вероятностного автомата, функционирование которого оценивается благоприятной и неблагоприятной реакцией случайной среды.

3. Выведены формальные выражения финальных вероятностей выбора автоматом конкретного состояния, отражающего величину нормативов отчислений финансовых ресурсов от уплаты налогов порядке бюджетного регулирования. Полученные выражения позволяют дать количественную оценку возможным решениям, принимаемым при долевом распределении налоговых доходов между уровнями бюджетной системы.

4. Исследовано поведение автомата, состоящее в доказательстве теорем о целесообразности поведения и асимптотической оптимальности последовательности автоматов предложенной конструкции. Целесообразность поведения свидетельствует, что автомат будет чаще выигрывать и реже проигрывать. Асимптотическая оптимальность подтверждает, что при достаточно большом количестве памяти автомат ведёт себя как человек, которому заранее известны вероятности выигрышей и проигрышей.

Примечания:

1. Федеральный закон «Об общих принципах организации местного самоуправления» от 6.10.2003 г. № 131-ФЗ

2. Федеральный закон «О внесении изменений в бюджетный кодекс Российской Федерации в части регулирования межбюджетных отношений» от 8.08.2004 г. № 120-ФЗ

3. Приказ Министерства финансов Российской Федерации «О методических рекомендациях субъектам Российской Федерации и муниципальным образованиям по регулированию межбюджетных отношений» от 27.08.2004 г. № 243.

4. Streltsova E.D., Streltsov V.S. Adaptive model of budget regulation based on probabilistic automaton // European researcher. 2011. No 5-1 (7). p. 733-735.

References:

1. The Federal Law "On General Principles of Local Self-Government" ot 6.10.2003 g. № 131-FZ (In rus.)

2. The Federal Law "On Amendments to the Budget Code of the Russian Federation in the regulation of inter-budgetary relations" ot 8.08.2004 g. № 120-FZ (In rus.)

3. Order of the Ministry of Finance of the Russian Federation "On the methodological recommendations subjects of the Russian Federation and municipalities to regulate inter-budgetary relations" ot 27.08.2004 g. № 243. (In rus.)

4. Streltsova E.D., Streltsov V.S. Adaptive model of budget regulation based on probabilistic automaton // European researcher. 2011. No 5-1 (7). r. 733-735.

УДК 0049: 336.12

Модель асимптотически-оптимального поведения стохастических автоматов для управления межбюджетным регулированием

[1] Елена Дмитриевна Стрельцова
[2] Ирина Владимировна Богомягкова
[3] Владимир Семёнович Стрельцов

[1] Южно-Российский государственный технический университет, Россия
доктор экономических наук, доцент
346428, г. Новочеркасск, ул. Первомайская 97, кв. 237
E-mail: el_strel@mail.ru
[2] Южно-Российский государственный технический университет, Россия 346428 Ростовская обл., г. Новочеркасск
кандидат экономических наук, доцент
346428, г. Новочеркасск, ул. Первомайская 97, кв. 148
E-mail: el_strel@mail.ru
[3] Южно-Российский государственный технический университет, Россия 346428 Ростовская обл., г. Новочеркасск, Россия
кандидат технических наук, доцент
346428, г. Новочеркасск, ул. Первомайская 97, кв. 237
E-mail: el_strel@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена решению актуальной проблемы управления межбюджетным регулированием в структуре <регион>↔<муниципальное образование> посредством применения экономико-математических моделей. Для создания модели принятия решений использован математический аппарат теории стохастических автоматов, функционирующих в случайных средах. На базе применения этого математического аппарата разработана адаптивная обучающаяся экономико-математическая модель, способная приспосабливаться к условиям окружающей среды, создаваемой поступлениями от уплаты федеральных и региональных налогов и сборов, подлежащих в бюджет субъекта РФ и отчисляемых в бюджет нижестоящего уровня в порядке бюджетного регулирования. Авторами разработана структура автомата, формально описано его поведение в случайной среде и выведены выражения для финальных вероятностей пребывания автомата в каждом из своих состояний. Решён поведенческий аспект автомата посредством математически строгого доказательства теорем о целесообразности поведения и асимптотической оптимальности автомата предложенной конструкции.

Ключевые слова: Межбюджетное регулирование; экономико-математическая модель; стохастический автомат; асимптотическая оптимальность.