

UDC 519.248

Model of Learning as a Markov Process

Irina N. Maslyakova

Plekhanov Russian University of Economics, Russia
117997, Moscow, Stremyanny per., 36
E-mail: maslyakova@gmail.ru

Abstract. In the work it's presented a formalized model of the learning process, which allows you to link indicators of learning disabilities specialist characteristics of the learning process (such as its intensity) with the parameters that determine the quality of the learning process.

Keywords: learning process; the level of preparedness; the Markov process; the quantitative characteristics of the learning ability; the intensity of training.

При обучении специалиста постоянно возникает вопрос о необходимости повышения уровня подготовленности того или иного специалиста, требованиях к интенсивности процесса обучения, его длительности, оценки его эффективности [1, 2]. В настоящей работе предлагается формализованная модель процесса обучения, которая позволяет связать показатели обучаемости специалиста, характеристики процесса обучения (такие как его интенсивность) с показателями, определяющими качество процесса обучения. Модель основана на описании процесса обучения как марковского процесса перехода обучаемого из состояния с низким уровнем подготовленности в состояние с высоким уровнем.

Будем предполагать, что уровень подготовленности обучаемого характеризует его способность решать определенный круг задач. Обучаемый может находиться в двух состояниях: S_0 – неподготовлен и S_1 – подготовлен. В состоянии S_0 он может решить возникающие перед ним задачи с вероятностью q_0 , а в состоянии S_1 – с вероятностью $q_1 > q_0$. В процессе его повседневной деятельности задачи, требующие решения, возникают с интенсивностью $v(t)$.

Задача обучения состоит в том, чтобы обучаемого перевести из состояния S_0 в состояние S_1 . При этом процесс обучения состоит в том, что обучаемому с некоторой интенсивностью $\mu(t)$ предъявляются задачи из числа тех, с которыми ему предстоит столкнуться в его повседневной деятельности.

В случае успешного решения задачи обучаемый с вероятностью p_1 переходит из состояния S_0 в состояние S_1 , а в случае, если ему не удалось решить поставленную задачу, такой переход возможен с вероятностью p_0 . Возможность перехода в состояние S_1 в случае неудачного исхода учитывает возможность обучения на отрицательном опыте. Вероятности p_0 и p_1 являются частными количественными характеристиками способности к обучению.

Таким образом, вероятность r перехода обучаемого из состояния S_0 в состояние S_1 после решения задачи из допустимого множества задач равна

$$r = q_0 p_1 + (1 - q_0) p_0 = p_0 + q_0 (p_1 - p_0). \quad (1)$$

Вероятность r можно рассматривать как интегральную характеристику способности к обучению. Отметим, что в общем случае вероятность перехода обучаемого из состояния S_0 в состояние S_1 следует рассматривать как функцию интенсивности обучения, т.е. $r(\mu)$.

Учтем также, что в случае, когда обучаемый не выполняет определенный круг задач, его навыки утрачиваются, происходит процесс забывания и он может перейти из состояния S_1 в состояние S_0 . Интенсивность этого процесса будем характеризовать показателем $\lambda(t)$.

Таким образом, вводя в рассмотрение вероятность $\pi(t)$ того, что обучаемый в момент времени t находится в состоянии S1, можем записать для нее дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\pi(t)}{dt} = r\mu(t) - (\lambda(t) + r\mu(t))\pi(t). \quad (2)$$

Если интенсивности $\lambda(t)$, $\mu(t)$ не зависят от времени, то решение уравнения (2) имеет вид

$$\pi(t) = \frac{r\mu}{\lambda + r\mu} + \left(\pi_0 - \frac{r\mu}{\lambda + r\mu} \right) \exp(-(\lambda + r\mu)t), \quad (3)$$

где π_0 - вероятность того, что в начале обучения обучаемый находился в состоянии S1.

Анализ выражения (3) показывает, что предельное значение $\pi(t)$ равно

$$\pi_{\text{lim}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi(t) = \frac{r}{r + \frac{\lambda}{\mu}}. \quad (4)$$

Следовательно, вероятность того, что специалист в результате обучения будет подготовлен, определяется как способностью его к обучению, так и интенсивностью процесса обучения и не зависит от начального уровня его подготовленности, которая определяется вероятностью π_0 . Однако уровень начальной подготовленности влияет на требуемую длительность процесса обучения.

Определим длительность процесса обучения как такой интервал времени T , в течение которого специалист достигнет уровня $0 < \alpha < 1$ своей максимальной готовности:

$$\alpha = \frac{\pi(T)}{\pi_{\text{lim}}}. \quad (5)$$

Из соотношений (3) – (5) находим

$$T(\alpha) = \frac{1}{\lambda + r\mu} \left\{ \ln \left(1 - \frac{\pi_0}{\pi_{\text{lim}}} \right) - \ln(1 - \alpha) \right\}, \quad (6)$$

где мы учли тот факт, что обучение целесообразно только в том случае, если $\pi_0 < \alpha \pi_{\text{lim}}$.

Рассмотрим теперь вопрос об оптимальной длительности процесса обучения T . Очевидно, что после окончания процесса обучения вероятность нахождения в состоянии S1 определяется уравнением вида (2), в котором интенсивность обучения $\mu(t)$ заменена на интенсивность повседневной деятельности $\nu(t)$, и, соответственно, вероятность $\pi(t)$ нахождения в состоянии S1 после завершения обучения имеет вид

$$\pi(t) = \frac{r\nu}{\lambda + r\nu} + \left(\pi_T - \frac{r\nu}{\lambda + r\nu} \right) \exp(-(\lambda + r\nu)(t - T)), \quad (7)$$

где π_T - вероятность того, что в конце обучения обучаемый находится в состоянии S1, определяемая соотношением (3).

Эффективность повседневной деятельности определяется вероятностью $p(t)$ успешного решения возникающих задач, которая в рамках принятых предположений будет равна

$$p(t) = q_0 + (q_1 - q_0)\pi(t).$$

Таким образом, за время Θ после обучения доля задач, с которой успешно справится выпускник, составит

$$k = q_0 + \frac{q_1 - q_0}{\Theta} \int_T^{T+\Theta} \pi(t) dt. \quad (8)$$

Принимая во внимание выражение (7) для вероятности $\pi(t)$, соотношение (8) можно переписать в виде

$$k = q_0 + (q_1 - q_0) \frac{rv}{\lambda + rv} + \left(\pi_T - \frac{rv}{\lambda + rv} \right) \frac{q_1 - q_0}{\lambda + rv} \frac{1 - \exp(-(\lambda + rv)\Theta)}{\Theta} \quad (9)$$

На начальном этапе повседневной деятельности, когда время Θ , прошедшее после обучения, мало, соотношение (9) для показателя k , учитывая асимптотическое выражение $\exp(-(\lambda + rv)\Theta) \approx 1 - (\lambda + rv)\Theta$,

можно представить в виде

$$k = q_0 + \pi_T (q_1 - q_0),$$

т.е. эффективность деятельности специалиста, прошедшего обучение, целиком определяется достигнутым им уровнем подготовки.

Вместе с тем при $\Theta \rightarrow \infty$ из соотношения (9) следует, что

$$k \rightarrow q_0 + (q_1 - q_0) \frac{rv}{\lambda + rv},$$

т.е. целиком определяется интенсивностью его повседневной деятельности и не зависит от эффективности обучения.

Функция

$$f(\Theta) = \frac{1 - \exp(-a\Theta)}{\Theta}$$

является монотонно убывающей, поэтому если

$$\pi_T > \frac{rv}{\lambda + rv}, \quad (10)$$

то можно говорить о том, что обучение имело положительный эффект и обеспечен уровень подготовленности специалиста выше, чем это было возможно при его повседневной деятельности. Однако, в этом случае функция $k(\Theta)$ является убывающей и постепенно положительный эффект обучения будет утерян.

В случае если соотношение (10) не выполнено, то можно говорить о том, что обучение является неэффективным и в процессе повседневной деятельности специалист совершенствует свой уровень подготовленности с большей эффективностью, поскольку функция $k(\Theta)$ в этом случае является возрастающей.

Из условия (10) и выражение (7) получаем соотношение, определяющее требуемое время обучения специалиста:

$$T > -\frac{1}{\lambda + r\mu} \ln \left\{ \frac{1}{r\mu(1 - \pi_0) - \pi_0\lambda} \frac{\lambda r(\mu - v)(\lambda + r\mu)}{\lambda + rv} \right\}. \quad (11)$$

Анализ соотношения (11) показывает, что интенсивность обучения должна превышать интенсивность повседневной деятельности специалиста:

$$\mu > v.$$

Если начальный уровень подготовленности специалиста таков, что

$$\frac{r\mu}{\lambda + r\mu} < \pi_0,$$

то обучение такого специалиста нецелесообразно.

В заключение заметим, что определение характеристик процесса обучения, в частности, его длительности может быть без труда связано с экономическими показателями такими, как стоимость обучения и прибыль компании от эффективного решения специалистом возлагаемых на него задач.

Примечания:

1. Maslyakova I.N. Application of bayesian estimation of specialist training with sequential testing //European researcher. 2011. Т. 1. № 5. С. 509-510.

2. Баранов М.А., Маслякова И.Н. Модель процесса тестирования обучаемого автоматизированной системой. Информационно-измерительные и управляющие системы. 2010. Т. 8. № 6. С. 40-44.

УДК 519.248

Модель обучения как марковского процесса

Ирина Николаевна Маслякова

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Россия
117997, Москва, Стремянной пер., 36
E-mail: maslyakova@gmail.ru

Аннотация. В работе предложена формализованная модель процесса обучения, которая позволяет связать показатели обучаемости специалиста, характеристики процесса обучения (такие как его интенсивность) с показателями, определяющими качество процесса обучения.

Keywords: процесс обучения; уровень подготовленности; марковский процесс; количественные характеристики способности к обучению; интенсивность обучения.