

UDC 629.7

**Aircraft Recategorization Preserving the Wake Vortex Safety**<sup>1</sup>Nikolay A. Baranov<sup>2</sup>Leonid I. Turchak

Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Russia  
119333, Moscow, Vavilova str., 40

<sup>1</sup>Dr.

E-mail: baranov@ccas.ru

<sup>2</sup>Dr., Professor

E-mail: turchak@ccas.ru

**Abstract.** We formulate the recategorization problem of aircrafts. It is assumed that the partition of aircrafts into categories must provide a specified level of the wake vortex safety.

**Keywords:** wake vortex safety; recategorization; separation minima; partitioning problem.

Одним из путей повышения пропускной способности является пересмотр минимумов эшелонирования воздушных судов, введенных ИКАО в начале 70-х годов [1]. По мнению многих специалистов, интервалы ИКАО по эшелонированию воздушных судов по турбулентности вихревого следа не в полной мере соответствует современным требованиям.

В связи с этим в ИКАО рассматривается задача проведения «рекатегоризации» парка воздушных судов, т.е. детального пересмотра существующих категорий самолетов с целью увеличения пропускной способности аэропортов при сохранении заданного уровня вихревой безопасности полетов.

Рассмотрим математическую постановку задачи о рекатегоризации парка воздушных судов.

Пусть имеется множество разнотипных воздушных судов (ВС)  $\{z_j\}_{j=1}^N$ . По условиям вихревой безопасности [2] для каждой пары ВС  $z_i, z_j$  заданы минимально безопасные интервалы следования  $j$ -го ВС за  $i$ -м  $\delta_{ij}$  и соответственно  $i$ -го ВС за  $j$ -м  $\delta_{ji}$ . В общем случае  $\delta_{ij} \neq \delta_{ji}$ .

Рассмотрим задачу разбиения множества  $\{z_j\}_{j=1}^N$  на  $K$  категорий и назначении для каждой пары категорий  $k$  и  $l$  минимально безопасных интервалов следования ВС  $l$ -й категории за ВС  $k$ -й категории  $\Delta_{kl}$  (интервалов эшелонирования).

Разбиение ВС на категории задается матрицей  $\Phi = \|\varphi_{jk}\|$  размерности  $N \times K$ , элементы которой удовлетворяют следующим условиям:

- $\varphi_{jk} \in \{0,1\}$ ;

- $\sum_{j=1}^N \varphi_{jk} > 0$  для каждого  $k = 1, \dots, K$ , т.е. каждый класс содержит хотя бы один элемент;

- $\sum_{k=1}^K \varphi_{jk} = 1$  для каждого  $j = 1, \dots, N$ , т.е. каждое ВС принадлежит только

одной категории.

(1)

Элементы матрицы  $D = \|\Delta_{kl}\|$ , определяющей минимально безопасные интервалы следования самолетов различных категорий друг за другом, удовлетворяют условию:

$$\delta_{ij} \leq \Delta_{kl} \text{ для всех } i, j, \text{ для которых } \varphi_{ik} \varphi_{jl} = 1. \quad (2)$$

Это условие означает следующее. Для любой пары ВС  $z_i, z_j$ , первое из которых принадлежит категории  $k, \varphi_{ik} = 1$ , а второе – категории  $l, \varphi_{jl} = 1$ , минимально безопасный интервал  $\delta_{ij}$  следования ВС  $z_j$  за ВС  $z_i$  не превышает  $\Delta_{kl}$ . В частности,

$$\Delta_{kk} = \max_{i, j: \varphi_{ik} \varphi_{jk} = 1} \{\delta_{ij}\}, \Delta_{kl} = \max_{i, j: \varphi_{ik} \varphi_{jl} = 1} \{\delta_{ij}\}.$$

Величина

$$s_{ij} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \varphi_{ik} \varphi_{jl} \Delta_{kl} - \delta_{ij} \quad (3)$$

характеризует увеличение минимально безопасного интервала следования между парой ВС  $z_i, z_j$  в результате разбиения на категории, задаваемого матрицей  $\Phi$ .

В матричном виде матрица штрафов, характеризующая увеличения интервалов следования ВС  $S = \|s_{ij}\|$ , может быть представлена в виде

$$S = \Phi D \Phi^T - d,$$

где символом « $T$ » обозначена операция транспонирования, а  $d = \|\delta_{ij}\|$ .

Таким образом, разбиение множества воздушных судов  $\{z_j\}_{j=1}^N$  на  $K$  категорий характеризуется функцией штрафа

$$S(\Phi) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{ij}. \quad (4)$$

При фиксированном разбиении  $\Phi$  элементы матрицы  $D$  могут быть определены с учетом условия (2) следующим образом:

$$\Delta_{kl} = \max_{i, j: \varphi_{ik} \varphi_{jl} = 1} \delta_{ij}, \quad (5)$$

что обеспечивает минимальное значение функции штрафа  $S(\Phi)$ .

Задачу разбиения множества ВС  $\{z_j\}_{j=1}^N$  на категории сформулируем как задачу минимизации функции штрафа  $S(\Phi)$  вида (4):

Определить оптимальное разбиение  $\Phi^*$  такое, что

$$\Phi^* = \arg \min_{\Phi} S(\Phi), \quad (6)$$

где элементы матрицы  $\Phi$  удовлетворяют условиям (1).

Постановка задачи рекатегоризации вида (6) является задачей разбиения на классы, исходя из критерия близости безопасных интервалов следования воздушных судов друг за другом. Такая постановка задачи не учитывает эшелонирования самолетов по условию непопадания в вихревой след впереди летящего самолета, определяемое классификацией  $\Phi^*$  самолетов по типам, на пропускную способность аэропортов. В то же время задача

повышения пропускной способности аэропортов является, как было отмечено выше, целью проведения рекатегоризации.

Поэтому возможна другая постановка задачи, в которой целевой функцией для построения классификации  $\Phi^*$  воздушных судов выступает показатель, зависящий от характеристик пропускной способности аэропортов.

Рассмотрим альтернативную постановку задачи.

Пусть имеется  $M$  аэропортов, каждый из которых характеризуется:

- планируемым объемом взлетно-посадочных операций в единицу времени  $\lambda_m$ ;
- распределением взлетно-посадочных операций по типам воздушных судов  $\mathbf{p}_m = (p_m^{(1)}, \dots, p_m^{(N)})$  для каждого аэропорта,

$$\sum_{j=1}^N p_m^{(j)} = 1, m = 1, \dots, M.$$

При заданном разбиении ВС по категориям  $\Phi$ , которое характеризуется матрицей безопасных интервалов следования воздушных судов  $\mathbf{D}$ , для каждого аэропорта можно вычислить среднее время задержки при выполнении воздушным судном взлетно-посадочной операции, связанное с необходимостью выдерживания минимально безопасных интервалов следования:

$$\tau^{(m)}(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi), \mathbf{p}_m) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \tau_{kl}(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi)) \left( \sum_{j=1}^N p_m^{(j)} \sum_{i=1}^N p_m^{(i)} \varphi_{jk} \varphi_{il} \right) \quad (7)$$

где  $\tau_{kl}(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi))$  - ожидаемая величина задержки воздушного судна  $l$ -й категории при следовании за воздушными судами  $k$ -й категории, которая зависит от разбиения ВС по категориям  $\Phi$ , а также от интенсивности взлетно-посадочных операций  $m$ -го аэропорта,  $m = 1, \dots, M$ .

Величина  $\tau^{(m)}$  вида (7) характеризует среднее время задержки ВС, приходящееся на одну взлетно-посадочную операцию, для аэропорта с номером  $m$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Тогда ожидаемое время задержки воздушных судов, приходящееся на единицу времени для аэропорта с номером  $m$  будет составлять

$$T_m(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi), \mathbf{p}_m) = \lambda_m \tau^{(m)}(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi), \mathbf{p}_m). \quad (8)$$

Используя показатель качества разбиения воздушных судов по категориям вида (8), задачу рекатегоризации можно сформулировать в следующем виде.

Определить оптимальное разбиение  $\Phi^*$  такое, что

$$\Phi^* = \arg \min_{\Phi} \sum_{m=1}^M T_m(\lambda_m, \mathbf{D}(\Phi), \mathbf{p}_m). \quad (9)$$

Постановка задачи рекатегоризации (9) означает минимизацию среднего суммарного времени задержек воздушных судов.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 10-07-00381, 12-07-00697) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

**Примечания:**

1. Бабкин В.И., Баранов Н.А., Белоцерковский А.С., Каневский М.И., Турчак Л.И. и др. Системы обеспечения вихревой безопасности полетов летательных аппаратов. М.: Наука, 2008.

2. Турчак Л.И. Восстановление возмущающего воздействия для многомерных динамических систем. // European researcher. 2011. Т. 5-1 (7). С. 542-543.

3. Баранов Н.А., Васильев И.В., Полянский В.В., Семенов И.М. Марковские модели для оценки показателей безопасности функционирования сложных авиационных систем // Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 5. С. 5-12.

4. Баранов Н.А. Оптимизация безопасных условий применения многоразовых летательных аппаратов // Авиакосмическое приборостроение. 2007. № 4. С. 17-20.

УДК 629.7

### **Рекатегоризация парка воздушных судов по условиям вихревой безопасности**

<sup>1</sup> Николай Алексеевич Баранов

<sup>2</sup> Леонид Иванович Турчак

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Российской академии наук, Россия  
119333, Москва, ул. Вавилова, 40

<sup>1</sup>Доктор технических наук

E-mail: baranov@ccas.ru

<sup>2</sup>Доктор физико-математических наук, профессор

E-mail: turchak@ccas.ru

**Аннотация.** Рассматривается математическая постановка задачи рекатегоризации парка воздушных судов. Предполагается, что разбиение воздушных судов на категории должно обеспечивать заданный уровень вихревой безопасности полетов.

**Keywords:** вихревая безопасность; рекатегоризация; интервалы эшелонирования; задача о разбиении.