UDC 519.8

Improving the Scanning Lidar Wind Speed Measurement Accuracy by Using the Optimal Interpolation [*]

Nikolay A. Baranov

Institution of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Russia
119333, Moscow, Vavilova str., 40
Dr. (technical)
E-mail: baranov@ccas.ru

Abstract. The problem of improving the accuracy of wind scanning Doppler lidar by using optimum interpolation algorithms is considered.
Keywords: scanning lidar; accuracy; wind speed; optimal interpolation.

Как известно, доплеровский лидар при фиксированном положении оси зондирующего пучка способен измерять лишь проекцию вектора скорости ветра на ось пучка. Чтобы получить информацию о трехмерном векторе скорости требуется проводить измерения при различной геометрии распространения зондирующего пучка.

Для измерения скорости ветра в заданной точке пространства с координатами (x_0, z_0, h) сканирующий доплеровский лидар осуществляет измерение радиальной составляющей скорости ветра V_{rj} в точках с координатами $\boldsymbol{r}_j = (x_0 + R\cos\theta_j, z_0 + R\sin\theta_j, h)$, $j = 1,\ldots,n$, где $R = \dfrac{h}{\mathrm{tg}\varphi}$ - радиус сканирования на высоте h, φ - угол наклона лазерного пучка, отсчитываемый от горизонтали. Радиальная составляющая скорости связана с локальной скоростью ветра $\boldsymbol{W}_j = (u_j, v_j, w_j)$ в точке $\boldsymbol{r}_j$ соотношением

$$V_{rj} = (u_j \cos\theta_j + v_j \sin\theta_j)\cos\varphi + w_j \sin\varphi. \tag{1}$$

Ключевым предположением метода является допущение о неизменности вектора скорости на заданной высоте во всех направлениях зондирования в течение всего цикла измерений и малости вертикальной проекции.

При этом предположении компоненты скорости ветра $\boldsymbol{W}_0 = (u_0, v_0, w_0)$ в точке $\boldsymbol{r}_0 = (x_0, z_0, h)$ определяются путем минимизации функционала среднеквадратической ошибки вида

$$I = \sum_{j=1}^{n} \left(\tilde{V}_{rj} - (u_0 \cos\theta_j + v_0 \sin\theta_j)\cos\varphi - w_0 \sin\varphi\right)^2 \tag{2}$$

где $\tilde{V}_{rj}$ - измеренные значения радиальной составляющей скорости ветра в точках $\boldsymbol{r}_j$, $j = 1,\ldots,n$.

Указанные допущения означают, что метод хорошо работает при измерении скорости относительно стабильных горизонтальных воздушных потоков. Естественным следствием используемого предположения является ограничение на диапазон работоспособности метода. Повысить точность измерений можно за счет учета пространственно-корреляционной структуры поля ветра. В рамках данной работы, продолжающей цикл

[*] Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 10-07-00381, 12-07-00697) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

исследования автора [1, 2], рассматривается подход, использующий метод оптимальной интерполяции.

Будем предполагать, что поле ветра $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r},t)$ представляется в виде суммы средней $\boldsymbol{W}_0$ и турбулентной $\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r},t)$ скоростей:

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{W}_0+\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r},t). \tag{3}$$

Используя гипотезу замороженной турбулентности, будем предполагать, что распределение турбулентной скорости ветра $\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r},t)$ в момент времени t связано с ее распределением в момент времени $t=0$ соотношением вида

$$\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r},t)=\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{W}_0 t,0). \tag{4}$$

Будем рассматривать поле скорости ветра в момент времени $t=0$ как некоторое случайное поле, т.е. будем предполагать, что компоненты турбулентной скорости ветра в каждой точке являются случайными величинами, причем

$$\mathrm{M}[\boldsymbol{W}'(\boldsymbol{r},0)]=0.$$

Оценка скорости ветра $\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0,0)$ может быть представлена в виде

$$\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0,0)=\boldsymbol{W}_0+\Delta\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0),$$

и задача состоит в том, чтобы оценить значение $\Delta\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0)$ по результатам измерений f_j некоторой скалярной функции от скорости ветра $f_j=F(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_j,t_j)-\boldsymbol{W}_0)$, выполненных в моменты времени $\{t_1,\dots,t_n\}$ в точках с координатами $\{\boldsymbol{r}_1,\dots,\boldsymbol{r}_n\}$. При этом мы предполагаем, что оценка постоянной скорости ветра известно в результате решения задачи о минимизации функционала (2).

С учетом соотношений (3), (4) величину f_j можно представить в виде

$$f_j=F(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_j-\boldsymbol{W}_0 t_j,0)-\boldsymbol{W}_0),$$

поэтому в дальнейшем будем рассматривать поле скоростей ветра только как функцию координат.

Измерения выполняются с некоторой ошибкой δ_j, так что

$$\tilde{f}_j=f_j+\delta_j.$$

При этом будем предполагать, что ошибка измерений δ_j и случайные величины компонент скорости ветра являются независимыми. Также будем предполагать, что ошибки измерений в различных точках являются независимыми, т.е.

$$\mathrm{M}[\delta_j\delta_k]=0\text{, если } j\neq k,$$

и

$$\mathrm{M}[\delta_j]^2=\Delta_j^{\,2},$$

где Δ_j - среднеквадратическая ошибка измерений в точке $\boldsymbol{r}_j$.

Будем искать оценку величины $\Delta\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0)$ в виде линейной комбинации результатов измерений

$$\Delta\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0)=\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{h}_j\tilde{f}_j. \tag{5}$$

Для каждой компоненты $q(\boldsymbol{r}_0)$ скорости ветра $\Delta\boldsymbol{W}(\boldsymbol{r}_0)$ коэффициенты аппроксимации будем определять из условия минимума среднеквадратической ошибки интерполяции

$$\sigma_q{}^2(\boldsymbol{r}_0) = \mathrm{M}\left[q(\boldsymbol{r}_0) - \sum_{j=1}^{n} h_{qj} \tilde{f}_j \right]^2, \tag{6}$$

где $q(\boldsymbol{r}_0) \in \{u'(\boldsymbol{r}_0), v'(\boldsymbol{r}_0), w'(\boldsymbol{r}_0)\}$. В дальнейшем индекс q у коэффициентов h_{qj} для упрощения обозначений будем опускать.

Поскольку

$$\mathrm{M}\left[u'(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j)\right] = 0,\ \mathrm{M}\left[v'(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j)\right] = 0,\ \mathrm{M}\left[w'(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j)\right] = 0,$$

то выражение (5) после преобразований примет вид

$$\sigma^2(\boldsymbol{r}_0) = \mathrm{M}[q(\boldsymbol{r}_0)]^2 - 2\sum_{j=1}^{n} h_j S_{0j} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} h_j h_k \left(R_{jk} + \lambda_{jk}\Delta_k{}^2\right), \tag{7}$$

где $q_0 \in \{u_0(\boldsymbol{r}_0), v_0(\boldsymbol{r}_0), w_0(\boldsymbol{r}_0)\}$, $S_{0j} = \mathrm{M}\left[q(\boldsymbol{r}_0) f_j\right]$ - пространственная корреляционная функция значений компоненты $q(\boldsymbol{r}_0)$ пульсационной скорости ветра в точке $\boldsymbol{r}_0$ и значений измеряемой величины f_j в точке $\boldsymbol{r}_j$, $R_{jk} = \mathrm{M}\left[f_j f_k\right]$ - пространственная корреляционная функция значений измеряемых радиальных составляющих пульсационной скорости ветра в точках $\boldsymbol{r}_j$, $\boldsymbol{r}_k$,

$$\lambda_{jk} = \begin{cases} 1, & \text{если } j = k, \\ 0, & \text{если } j \neq k. \end{cases}$$

Из необходимого условия минимума функции (6), дифференцируя (7) по компонентам h_j и приравнивая производные нулю, получаем систему линейных уравнений для определения коэффициентов аппроксимации:

$$\sum_{k=1}^{n} \left(R_{jk} + \lambda_{jk}\Delta_k{}^2\right) h_k = S_{0j},\ j = 1,\ldots,n. \tag{8}$$

Явные выражения для корреляционных функций S_{0j}, R_{jk} могут быть найдены, если воспользоваться представлением радиальной составляющей скорости ветра вида (1). Тогда измеряемая радиальная составляющая пульсационной скорости ветра в каждой точке может быть представлена в виде

$$f_j = a_j u'_j(t) + b_j v'_j(t) + c_j w'_j(t), \tag{9}$$

где

$$a_j = \cos\theta\cos\varphi_j,\ b_j = \cos\theta\sin\varphi_j,\ c_j = \sin\theta.$$

Принимая во внимание условие (3), запишем функцию (9) в виде

$$f_j = a_j u(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j) + b_j v(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j) + c_j w(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j).$$

Тогда, например, для S_{0j} имеет место представление вида

$$S_{0j} = a_j K_{0j}^{(u)} + b_j K_{0j}^{(v)} + c_j K_{0j}^{(w)},$$

где $K_{0j}^{(u)}$, $K_{0j}^{(v)}$, $K_{0j}^{(w)}$ - корреляционные функций q-й компоненты пульсационной скорости ветра в точке $\boldsymbol{r}_0$ и u, v, w-составляющими пульсационной скорости ветра в точке $\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j$,

$$K_{0j}^{(u)} = \mathrm{M}\left[q(\boldsymbol{r}_0)u\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j\right)\right],\ K_{0j}^{(v)} = \mathrm{M}\left[q(\boldsymbol{r}_0)v\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j\right)\right],$$
$$K_{0j}^{(w)} = \mathrm{M}\left[q(\boldsymbol{r}_0)w\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{W}_0 t_j\right)\right].$$

Аналогичным образом могут быть получены выражения для корреляционных функций R_{jk}.

Используя уравнения (8), определяющие оптимальные значения коэффициентов аппроксимации, соотношение (7) для среднеквадратической ошибки аппроксимации можно представить в виде

$$\sigma^2(\boldsymbol{r}_0) = \mathrm{M}[q'(\boldsymbol{r}_0)]^2 - \sum_{j=1}^{n} h_j S_{0j}.$$

Примечания:

1. Баранов Н.А., Васильев И.В., Шаповалов Н.Н. Алгоритмы восстановления возмущающего воздействия // Информ.-изм. и управл. системы. 2007. Т. 5. № 8. С. 32-38.
2. Баранов Н.А., Васильев И.В. Восстановление возмущающего воздействия для многомерных динамических систем //Информ.-изм. и управл. системы. 2008. Т. 6. № 7. С. 40-46.

УДК 519.8

Применение оптимальной интерполяции для повышения точности определения скорости ветра сканирующим лидаром

Николай Алексеевич Баранов

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской академии наук, Россия
119333, Москва, ул. Вавилова, 40
Доктор технических наук
E-mail: baranov@ccas.ru

Аннотация. Рассматривается задача повышения точности определения скорости ветра сканирующим доплеровским лидаром за счет применения алгоритмов оптимальной интерполяции.

Keywords: сканирующий лидар; скорость ветра; точность оценивания; оптимальная интерполяция.