

UDC 622.411.332 (574.31)

**Interaction of Air Flow in Complex Ventilation Systems**<sup>1</sup>Zhorzh G. Levitskiy<sup>2</sup>Zhursyn K. Amanzholov<sup>3</sup>Assel D. Nurgaliyeva

<sup>1</sup>Karaganda State Technical University, Kazakhstan  
Bulvar Mira 56, Karaganda, 100026  
Dr. (Technical), Professor  
E-mail: m611adn@mail.ru

<sup>2</sup>Karaganda State Technical University, Kazakhstan  
Bulvar Mira 56, Karaganda, 100026  
PhD (Technical), Assistant Professor  
E-mail: m611adn@mail.ru

<sup>3</sup>Karaganda State Technical University, Kazakhstan  
Bulvar Mira 56, Karaganda, 100026  
PhD (Technical), senior teacher  
E-mail: m611adn@mail.ru

**Abstract.** The article presents the results of study of interaction of air flow in complex ventilation systems. The study used Taylor and Maclaurin's series and Lagrange formula to create the functional connections on estimation of the impact of changing aerodynamic parameters of one or several simultaneously working regulators on the air flow distribution in mines.

**Keywords:** ventilation network; interaction; air consumption; depression; regulator.

**Введение.** Современные вентиляционные системы горных предприятий, разрабатывающие полезные ископаемые подземным способом, являются сложными топологическими структурами, управление распределением потоков в которых связано с анализом многомерных нелинейных систем уравнений вида:

$$\begin{cases} \sum_{i \in S} q_i = 0; \\ \sum_{i \in L} R_i q_i^2 + h_L = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $S = 1, 2, 3, \dots, N$  – нумерация узлов расчетной схемы;

$L = 1, 2, 3, \dots, K$  – нумерация независимых контуров в расчетной схеме;

$i = 1, 2, 3, \dots, n$  – нумерация ветвей расчетной схемы;

$q_i$  – искомый поток воздуха в  $i$ -й ветви, м<sup>3</sup>/с;

$R_i$  – аэродинамическое сопротивление  $i$ -й ветви, Па·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>;

$h_L$  – напорная характеристика источника тяги в  $L$ -ом контуре, Па.

Решение системы уравнений (1), формируемой на основе первого и второго законов сетей, позволяет найти естественное распределение потоков в сложных разветвленных системах, которые не всегда отвечают требуемому [1, 2, 3]. Это связано с тем, что аэродинамические параметры расчетных схем (коэффициенты трения, сечение трубопроводов, их длина и т.д.) не являются стабильными, а могут изменяться с течением времени. Управление проветриванием подземных вентиляционных систем в условиях производства является непрерывным процессом и, как правило, связано с развитием подготовительных и очистных работ, введением в эксплуатацию новых горизонтов, объединением вентиляционных систем, загромождением и старением выработок или их ликвидацией, изменением газового баланса, установкой или демонтажем регулирующих устройств, возникновением аварийных ситуаций и т.д.

Во всех перечисленных случаях характер перераспределения воздуха в вентиляционной сети при выполнении очередного акта регулирования может быть найден путем решения нелинейной многомерной задачи или установлен непосредственным замером в действующих выработках. Отсутствие достаточно простых методов расчета вентиляционных сетей, дающих возможность инженерно-техническому персоналу анализировать изменение потокораспределения, не прибегая к решению многомерных нелинейных систем, чаще всего заставляет их при установке или демонтаже регулирующих устройств обращаться ко второму способу уточнения расходов воздуха в подземных выработках.

Именно поэтому в общем комплексе существующих методов анализа вентиляционных сетей особая роль отводится изучению взаимной связи аэродинамических параметров, на базе которой могут быть построены достаточно простые и надежные методы оценки влияния регуляторов на изменение расхода воздуха в регулируемых ветвях. При этом под взаимосвязанностью следует понимать зависимость изменения расхода воздуха в  $i$ -й ветви вентиляционной сети от изменения аэродинамических характеристик регулятора в  $j$ -й управляющей выработке.

В общем виде взаимосвязанность аэродинамических параметров вентиляционной схемы любой сложности находит достаточно полное отражение в системе уравнений вида (1). Однако перейти от этой системы к зависимости типа

$$q_i = F(R_1, R_2, R_3, \dots, R_n) \quad (2)$$

в силу ее нелинейности удастся только в случае простых связей, характерных для последовательно-параллельных соединений воздухопроводов.

В поисках новых путей построения функциональных связей между аэродинамическими параметрами многие исследователи обращают внимание, с одной стороны, на разработку методов экспериментального определения связанности, с другой – на выявление некоторых особых свойств вентиляционной системы, связанных с введением частичных функций взаимосвязанности. При разработке теоретических основ автоматического управления проветриванием и повышения надежности вентиляционной сети находят применение некоторые частные методы, основанные на использовании коэффициентов чувствительности, которые выражают степень влияния  $j$ -го регулятора на  $i$ -ю ветвь [4, 5, 6, 7]. Однако методика определения соответствующих коэффициентов во всех случаях достаточно трудоемка, т.к. требуется многократное решение нелинейных систем уравнений по расчету естественного распределения воздуха. С учетом изложенного в статье рассматриваются новые подходы к построению функциональных зависимостей, позволяющих оценить влияние  $j$ -го регулятора на  $i$ -ю управляемую ветвь.

### **1. Построение характеристики взаимосвязанности потоков на основе разложения определяемой величины в ряд Тейлора.**

Если обратиться к вентиляционной системе, как к графу, то в силу жесткой взаимосвязанности его ветвей изменение аэродинамической характеристики  $j$ -й выработки вызовет изменение потокораспределения в любом элементе вентиляционной схемы [8]. Для парных связей эта зависимость имеет вид  $q_i = f(\alpha_j)$  при наличии пассивного регулирующего устройства, или  $q_i = f(h_j)$  при использовании активного регулятора.

Пусть имеем исходную систему нелинейных уравнений вида (1), описывающих вентиляционную сеть произвольной сложности. Если задан базовый вектор  $q_0 = \{q_{1,0}, q_{2,0}, q_{3,0}, \dots, q_{m,0}\}$ , компоненты которого являются решением системы (1) и соответствуют некоторому фиксированному вектору параметров,  $\alpha_0 = \{\alpha_{1,0}, \alpha_{2,0}, \alpha_{3,0}, \dots, \alpha_{p,0}\}$ , то, рассматривая потоки  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  как функции параметров  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p$ , можно представить их в общем случае в виде ряда Тейлора:

$$q_i = q_{i,0} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} (\alpha_j - \alpha_{j,0})^n \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}}; \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где  $q_i$  – неизвестный, подлежащий определению, расход воздуха в  $i$ -й ветви, м<sup>3</sup>/с;  
 $q_{i,0}$  – известный базовый расход воздуха в  $i$ -й ветви, соответствующий

некоторому фиксированному значению регулятора  $\alpha_{j,0}, \text{ м}^3/\text{с}$ ;

$\alpha_j, j = 1, 2, \dots, p$  – регулируемые аэродинамические параметры вентиляционной системы, в качестве которых могут быть сопротивления ветвей, депрессии источников тяги, расходы воздуха и т.д.;

$\partial^{(n)} q_i / \partial \alpha_j^{(n)}$  – производная  $n$ -го порядка функции  $q_i$  по переменному параметру  $\alpha_j$ .

При одновременном изменении регулируемых аэродинамических параметров вентиляционной системы расход воздуха в  $i$ -й ветви может быть найден по формуле:

$$q_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p) = q_{i,0}(\alpha_{1,0}, \alpha_{2,0}, \alpha_{3,0}, \dots, \alpha_{p,0}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (\alpha_1 - \alpha_{1,0}) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (\alpha_2 - \alpha_{2,0}) + \dots + \frac{\partial}{\partial \alpha_p} (\alpha_p - \alpha_{p,0}) \right]^n q_{i,0}(\alpha_{1,0}, \alpha_{2,0}, \dots, \alpha_{p,0}), \quad i = \overline{1, m}. \quad (4)$$

В выражении (4) при раскрытии скобок появляются частные производные вида  $\partial^n q_i / \partial \alpha_j^{(n)}$  и смешанные типа  $\partial^{(n)} q_i / \partial \alpha_1^{(l)} \partial \alpha_2^{(k)} \partial \alpha_3^{(r)} \dots \partial \alpha_p^{(s)}$ , где  $l + k + r + \dots + s = n$ .

Приемлемая точность расчетов достигается при вычислении трех-четырех членов разложения и, как правило, ошибка в вычислениях в силу того, что ряд является знакопеременным, не превысит по абсолютной величине первого из отброшенных членов. В принципе, ошибку в вычислениях можно оценить по величине остаточного члена в формуле Лагранжа:

$$\sigma(q) \leq \frac{(\alpha_j - \alpha_{j,0})^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\xi), \quad (5)$$

где  $f^{(n+1)}(\xi)$  – производная порядка  $(n+1)$  от функции расхода в некоторой точке  $\xi$ , лежащей между  $\alpha_{j,0}$  и  $\alpha_j$ . Ориентировочно ее можно принять равной максимальной величине производной любого из порядков, вычисленных в базовой точке, что в итоге повысит требование к оценке точности расчета.

Сходимость ряда будет обеспечиваться при выполнении условия:

$$\alpha_j < n \cdot \left| \frac{\partial^{n-1} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} \right| \left/ \left| \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}} \right| \right. + \alpha_{j,0}. \quad (6)$$

Чтобы определить неизвестные производные, входящие в выражения (3), (4) и (6), продифференцируем исходную систему уравнений (1) по переменному параметру  $\alpha_j, j = \overline{1, p}$ . Получим:

$$\begin{cases} \sum_{i \in S} \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} = 0; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial h_f}{\partial \alpha_j} = 0, \text{ если } \alpha_j \neq R_i; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial h_f}{\partial \alpha_j} + \sum_{i \in L} q_i^2 = 0, \text{ если } \alpha_j = R_i, j = \overline{1, p}. \end{cases} \quad (7)$$

Подставляя вместо  $R_i$  и  $q_i$  их исходные базовые значения, получим линейную систему уравнений, решая которую, находим численные значения первых производных. После повторного дифференцирования будем иметь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in S} \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} = 0; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} + \frac{\partial h_f}{\partial \alpha_j^2} + \sum_{i \in L} 2R_i \left( \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} \right)^2 = 0, \\ \text{если } \alpha_j \neq R_i; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} + \frac{\partial^2 h_f}{\partial \alpha_j^2} + \sum_{i \in L} 2R_i \left( \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} \right)^2 + \\ + \sum_{i \in L} 4q_i \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} = 0, \text{ если } \alpha_j = R_i, j = \overline{1, p}. \end{array} \right. \quad (8)$$

Аналогичными подстановками система (8) приводится к линейному виду относительно вторых производных. При этом вместо  $\partial q_i / \partial \alpha_j$  подставляются соответствующие им ранее найденные численные значения.

Рассматриваемый алгоритм построения функциональной зависимости связан с дифференцированием функции вида  $F_i = R_i q_i^2$  по переменному параметру  $\alpha_j, j = \overline{1, p}$ . Выполненные исследования показали, что дифференцирование функции  $F_i = R_i q_i^2$  соответствует биному Ньютона при разложении выражения  $F_i = (q_i + q_i)^n$  для условия  $n \geq 2$ . Следовательно, будет справедлива формула Лейбница и производная  $n$ -го порядка от рассматриваемой функции определится из выражения:

$$\begin{aligned} F_i^{(n)} = R_i \left[ q_i \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}} + \frac{n \partial^{(n-1)} q_i}{1! \partial \alpha_j^{(n-1)}} \frac{q_i}{\partial \alpha_j} + \frac{n(n-1) \partial^{(n-2)} q_i}{2! \partial \alpha_j^{(n-2)}} \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} + \right. \\ \left. + \frac{n(n-1)(n-2) \partial^{(n-3)} q_i}{3! \partial \alpha_j^{(n-3)}} \frac{\partial^3 q_i}{\partial \alpha_j^3} + \dots + \frac{n(n-1) \dots [n-(n-2)]}{(n-1)!} \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} \frac{\partial^{(n-1)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} + \right. \\ \left. + q_i \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}} \right], n = \overline{2, n}, \text{ если } \alpha_j \neq R_i, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $n$  – показатель, соответствующий порядку определяемой производной, причем,  $\partial^{(0)} q_i / \partial \alpha_j^{(0)} = 0$  и заменяется самой функцией  $q_i$ , входящей в крайние слагаемые.

Если  $\alpha_j = R_i$ , то, очевидно, формула (9) будет дополняться слагаемыми, для которых  $(\partial R_i / \partial \alpha_j) = 1$  и примет вид:

$$\begin{aligned}
 F_i^{(n)} = R_i & \left[ \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}} q_i + \frac{n}{1!} \frac{\partial^{(n-1)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} + \frac{n(n-1)}{2!} \frac{\partial^{(n-2)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-2)}} \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} + \right. \\
 & + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \frac{\partial^{(n-3)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-3)}} \frac{\partial^3 q_i}{\partial \alpha_j^3} + \dots + \frac{n(n-1) \dots [n-(n-2)]}{(n-1)!} \times \\
 & \times \left. \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} \frac{\partial^{(n-1)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} + q_i \frac{\partial^{(n)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n)}} \right] + n \left[ \frac{\partial^{(n-1)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} q_i + \frac{n-1}{1!} \frac{\partial^{(n-2)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-2)}} \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} + \right. \\
 & + \frac{(n-1)(n-2)}{2!} \frac{\partial^{(n-3)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-3)}} \frac{\partial^2 q_i}{\partial \alpha_j^2} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3!} \frac{\partial^{(n-4)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-4)}} \times \\
 & \times \left. \frac{\partial^3 q_i}{\partial \alpha_j^3} + \dots + \frac{(n-1)(n-2) \dots [n-(n-3)]}{(n-2)!} \frac{\partial q_i}{\partial \alpha_j} \frac{\partial^{(n-2)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-2)}} + q_i \frac{\partial^{(n-1)} q_i}{\partial \alpha_j^{(n-1)}} \right]; n = \overline{2, n}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

**ЗАМЕЧАНИЕ.** Анализ полученных зависимостей показывает, что матрица коэффициентов при определяемых производных является постоянной, не зависит от их порядка и от того, по какому параметру дифференцируется исходная система сетевых уравнений. Компоненты матрицы равны единице при искомым производных по узлам и  $2R_i q_i$  при старших производных по независимым контурам.

Анализируя формирование коэффициентов при старших производных в системах (7) и (8), легко убедиться в справедливости замечания.

Действительно, сколько бы мы ни повышали порядок дифференцирования выражений  $\partial q_i / \partial \alpha_j$  и  $2R_i q_i (\partial q_i / \partial \alpha_j)$ , коэффициенты при старших производных остаются неизменными.

Производная от  $h_L$  в общем случае будет зависеть от уравнения характеристики источника тяги и ее дифференцирование не нарушит высказанных утверждений.

Если  $h_L = const$  и  $\alpha_j \neq h_L$ , то  $(\partial h_L / \partial \alpha_j) = 0$ ; при  $h_L = f(q)$  характеристика вентилятора легко аппроксимируется двучленом вида  $h = H - R_s q^2$ , где  $H = const$ , а  $R_s$  – некоторое внутреннее сопротивление источника тяги. Поэтому дифференцирование такого двучлена равнозначно дифференцированию любого из слагаемых по контурам.

Если  $\alpha_j = h_L$ , то  $(\partial h_L / \partial \alpha_j) = 1$ , что приведет к появлению свободных членов при той же неизменной матрице коэффициентов.

Таким образом, систему уравнений для вычисления производных можно представить в матричной форме:

$$AX^{(n)} = S^{(n)}, \quad (11)$$

где  $A$  – матрица коэффициентов при производных;

$X^{(n)}$  – матрица-столбец определяемых производных порядка  $n$ ;

$S^{(n)}$  – матрица-столбец свободных членов.

Поскольку  $A = const$ , то задача по нахождению численных значений производных сводится, в основном, к определению свободных членов в правой части уравнения (11), что существенно упрощает решение в целом.

Т.к. формулы (9) и (10) справедливы, начиная с  $n = 2$ , то решение задачи по определению производных распадается на два этапа.

Первый этап связан с определением производных первого порядка из решения системы уравнений (7).

На втором этапе при формировании системы уравнений вида (11) изложенный

алгоритм легко реализуется, если в процессе формирования системы уравнений свободные члены находить по формулам (9) и (10), исключив предварительно слагаемые с производными высшего порядка, из которых затем формируется матрица-столбец определяемых производных и матрица коэффициентов при определяемых производных.

## 2. Построение характеристики взаимосвязанности потоков на основе разложения определяемой величины в ряд Маклорена.

Установка подземных вентиляторов в качестве регуляторов, работающих без переключки, связана с необходимостью изменения расходов воздуха на трудно управляемых направлениях в подземных условиях шахт. Регуляторы подобного типа относятся к активным, поскольку они вносят дополнительную энергию в общий энергетический потенциал шахт. Величина возмущающего воздействия активного регулятора определяется по формуле [9, 10]:

$$h_e = 0,6 \frac{\rho}{S^2} \left[ \pm 2Q_e^2 \frac{S}{S_e} - (1,06 - 94\alpha)(2QQ_e - Q_e^2) \right], \quad (12)$$

где  $h_e$  – депрессия, создаваемая в выработке вентилятором, Па. При совпадении направления движения потоков в выработке и на выходе из вентилятора берется со знаком «плюс», при встречном – со знаком «минус»;

$Q_e$  – производительность вентилятора, м<sup>3</sup>/с;

$Q$  – количество воздуха, протекающего по выработке, м<sup>3</sup>/с;

$S$  – поперечное сечение выработки в месте установки вентилятора, м<sup>2</sup>;

$S_e$  – поперечное сечение выходного отверстия вентилятора, м<sup>2</sup>;

$\rho$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;

$\alpha$  – коэффициент аэродинамического сопротивления выработки, Па·с<sup>2</sup>/м<sup>2</sup>.

Возникающая невязка депрессии в ветвях с работающим активным регулятором нарушает условие однозначности напоров в соответствующих контурах вентиляционной сети и способствует появлению корректирующих контурных потоков, которые приводят к перераспределению расходов воздуха, численные значения которых могут быть найдены из решения системы уравнений вида:

$$\begin{cases} \sum_{i \in S} q_i = 0; \\ \sum_{i \in L} R_i q_i^2 = \pm h_L \pm h_{e,j}, \end{cases} \quad (13)$$

где  $h_L$  – депрессия источника тяги, входящего в  $L$ -й контур, Па;

$h_{e,j}$  – депрессия активного регулятора, работающего без переключки в  $j$ -й ветви  $L$ -го контура, Па.

Знак «плюс» перед слагаемыми во втором уравнении системы (13) берется, если направление работы вентиляторов совпадает с направлением обхода контуров, знак «минус», если не совпадает.

Решение системы (13) позволяет оценить влияние активного регулятора на вентиляционную сеть в целом. При этом следует иметь в виду, что работа активного регулятора без переключки накладывает некоторые особенности на определение распределения потоков воздуха на основе использования системы уравнений (13). В существующих стандартных программах не предусмотрены варианты введения в расчет подобного типа регуляторов. Поэтому для определения искомых расходов воздуха необходимо в  $j$ -й ветви к депрессии регулятора  $h_{e,j}$  прибавлять депрессию выработки  $h_{выр}$ , где установлен регулятор. Однако в случае последующего изменения режима его работы такое решение необходимо выполнять на каждом очередном шаге регулирования. Упростить решение можно, если использовать принцип взаимосвязанности потоков воздуха.

Пусть задан базовый вектор  $q_0 = \{q_{1,0}, q_{2,0}, \dots, q_{n,0}\}$ , компоненты которого являются решением системы уравнений (13) и соответствуют распределению воздуха в вентиляционной сети на момент, когда  $h_{e,j} = 0$ . Поскольку расход воздуха в  $i$ -й выработке является функцией изменяющейся депрессии активного регулятора, установленного в  $j$ -й

ветви, то, раскладывая  $q_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  в ряд Маклорена по изменяющемуся параметру  $h_{e,j}$ , получим:

$$q_i = q_{i,0} + h_{e,j} \frac{dq_i}{dh_{e,j}} + \frac{1}{2!} h_{e,j}^2 \frac{d^2 q_i}{dh_{e,j}^2} + \dots + \frac{1}{r!} h_{e,j}^r \frac{d^{(r)} q_i}{dh_{e,j}^{(r)}}; i = \overline{1, n}, \quad (14)$$

где  $q_{i,0}$  – расход воздуха в  $i$ -й управляемой выработке до изменения депрессии в  $j$ -й управляющей ветви, м<sup>3</sup>/с;

$h_{e,j}$  – текущая величина изменяющейся депрессии в  $j$ -й ветви, Па.

Практика расчетов показывает, что ряд (14) является знакопеременным, сходимость которого обеспечивается при выполнении условия:

$$h_{e,j} < r \left| \frac{d^{(r-1)} q_i}{dh_{e,j}^{(r-1)}} \right| \left/ \left| \frac{d^{(r)} q_i}{dh_{e,j}^{(r)}} \right| \right|. \quad (15)$$

Чтобы определить неизвестные производные, входящие в выражения (14) и (15), продифференцируем систему уравнений (13) по переменному параметру  $h_{e,j}$ . Получим:

$$\begin{cases} \sum_{i \in S} \frac{dq_i}{dh_{e,j}} = 0; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{dq_i}{dh_{e,j}} = \pm \frac{dh_L}{dh_{e,j}} \pm 1; j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (16)$$

Подставляя вместо  $R_i$  и  $q_i$  исходные базовые значения, получим линейную систему уравнений, решая которую, находим численные значения первых производных. После повторного дифференцирования будем иметь:

$$\begin{cases} \sum_{i \in S} \frac{d^2 q_i}{dh_{e,j}^2} = 0; \\ \sum_{i \in L} 2R_i q_i \frac{d^2 q_i}{dh_{e,j}^2} + \sum_{i \in L} 2R_i \left( \frac{dq_i}{dh_{e,j}} \right)^2 = \pm \frac{d^2 h_L}{dh_{e,j}^2}; j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (17)$$

Аналогичными подстановками система (17) приводится к линейному виду относительно вторых производных. При этом, вместо  $dq_i / dh_{e,j}$  подставляются ранее найденные их численные значения. Продолжая дифференцирование, или используя зависимость (9), можно формировать необходимые системы уравнений для вычисления производных любого порядка. Приемлемая точность расчетов достигается при вычислении трех-четырех членов разложения в уравнении (14). Ошибка в вычислениях, в силу того, что ряд знакопеременный, не превысит по абсолютной величине первого из отброшенных членов.

Обобщая изложенное, заметим, что для ветвей с параллельным типом связи характерным является условие  $dq_i / dh_{e,j} < 0$ . Это говорит о том, что с увеличением депрессии активного регулятора в  $j$ -й ветви расход воздуха в  $i$ -й управляемой выработке будет уменьшаться. Для ветвей с последовательным типом связи справедливо условие  $dq_i / dh_{e,j} > 0$ . В этом случае расход воздуха в  $i$ -й управляемой выработке будет увеличиваться при увеличении депрессии активного регулятора в  $j$ -й ветви. Если  $dq_i / dh_{e,j} = 0$ , то влияние на  $i$ -ю ветвь отсутствует.

Таким образом, предлагаемый подход к оценке влияния активных регуляторов на изменение расходов воздуха в системе подземных выработок позволяет получать не только количественные данные о протекающих в шахтной вентиляционной сети изменениях, но и оценить их с качественной стороны.

### 3. Построение характеристики взаимосвязанности потоков на основе формулы Лагранжа.

В силу жесткой взаимосвязанности потоков в вентиляционном графе изменение аэродинамической характеристики пассивного регулятора в  $j$ -й ветви вызовет изменение потокораспределения в любом элементе вентиляционной схемы. Для парных связей эта зависимость имеет вид  $q_i = f(R_j)$ . Т.к. данная функция является непрерывной и имеет непрерывную производную, что вытекает из анализа системы уравнений (1), то для двух различных значений  $R_j$  при монотонном возрастании или убывании функции расхода воздуха в силу формулы Лагранжа будет иметь место равенство:

$$\frac{q_i(R_{j,\kappa}) - q_i(R_{j,\eta})}{R_{j,\kappa} - R_{j,\eta}} = f'(R_\xi), \quad (18)$$

где  $q_i(R_{j,\eta})$ ;  $q_i(R_{j,\kappa})$  – начальное и конечное значение расходов воздуха в  $i$ -й ветви, соответствующее начальному и конечному значениям сопротивления пассивного регулятора в  $j$ -й ветви, м<sup>3</sup>/с;

$f'(R_\xi)$  – производная от функции расхода, соответствующая некоторому значению сопротивления  $R_\xi$  в промежутке между  $R_{j,\eta}$  и  $R_{j,\kappa}$ .

Если на некоторый момент времени в процессе функционирования вентиляционной системы задано начальное воздухораспределение  $q_i(R_{j,\eta})$ , соответствующее исходному значению сопротивлений выработок, то при изменении  $j$ -го сопротивления на некоторую величину новое значение расхода воздуха может быть найдено из условия (18), т.е.:

$$q_i(R_{j,\kappa}) = q_i(R_{j,\eta}) + f'(R_\xi)(R_{j,\kappa} - R_{j,\eta}). \quad (19)$$

Таким образом, выражение (19) является уравнением взаимосвязанности вентиляционных потоков и с его помощью при известных значениях  $f'(R_\xi)$ , где  $R_{j,\eta} < R_\xi < R_{j,\kappa}$ , можно оценить влияние  $j$ -го элемента на  $i$ -й управляемый поток воздуха. В то же время, в существующей технической литературе нет приемлемых зависимостей для определения  $f'(R_\xi)$ . Последние вычисляются в каждом конкретном случае, исходя из общих свойств описываемого объекта исследования и условия задачи.

Учитывая, что все изменения, протекающие в вентиляционной сети, взаимосвязаны, можно предположить, что отношение производных, соответствующих базовому состоянию сети, к производным на промежутке при изменении  $R_j$  будет изменяться по одной и той же закономерности для всех ветвей исходной системы независимо от ее сложности. Поскольку геометрическая интерпретация производной в точке равна тангенсу угла наклона касательной в данной точке, а производная на промежутке соответствует тангенсу угла наклона стягивающей хорды (Рис. 1), то высказанные предположения могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta_i}{\operatorname{tg} \alpha_j} = f(R_j). \quad (20)$$

$$\text{Здесь } \operatorname{tg} \alpha_i = \left. \frac{dq_i}{dR_j} \right|_{R_j = R_{j,\eta}}; \quad \operatorname{tg} \beta_i = \left. \frac{dq_i}{dR_j} \right|_{R_j = R_\xi, R_{j,\eta} < R_\xi < R_{j,\kappa}}.$$

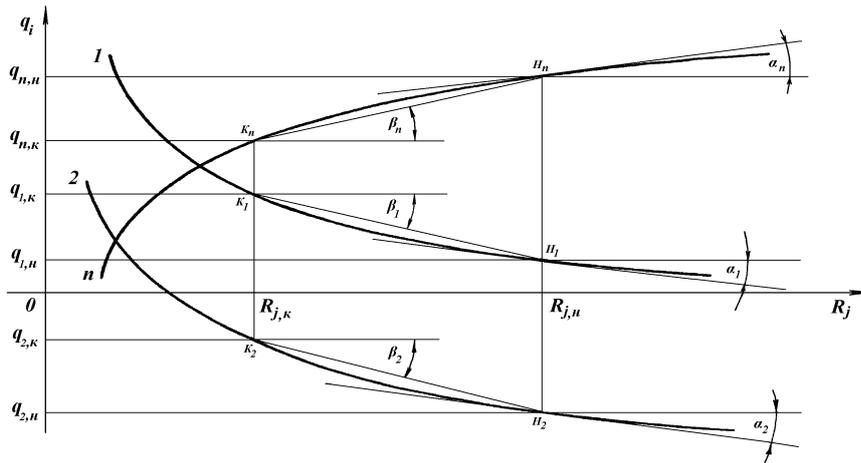


Рис. 1. Отображение влияния  $j$ -го регулятора на характер изменения расходов воздуха в управляемых ветвях

С целью установления закономерности изменения отношения  $tg\beta_i/tg\alpha_i$  в зависимости от изменения сопротивления регулятора  $R_j$   $j$ -й ветви была проведена серия экспериментов, результаты которой представлены на графике рис. 2.

Расчеты вентиляционных сетей разной топологической сложности и разной размерности показали, что условие (20) выполняется наилучшим образом, если в качестве исходной информации принимается базовое распределение потоков при заданном сопротивлении  $j$ -го регулятора  $R_j = 1,0$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>. Стабильность отношения  $tg\beta_i / tg\alpha_i$  возрастает с ростом аэродинамического сопротивления  $R_j$  влияющей ветви. Существенный разброс точек около среднего значения наблюдается при  $R_j < 0,001$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>.

Нестабильность отношения производных свидетельствует о том, что интенсивность изменения расходов воздуха для различных ветвей, входящих в  $K$ -й узел вентиляционной схемы будет существенно отличаться друг от друга. Этим обстоятельством можно объяснить тот факт, что при малых значениях  $R_j$  может нарушиться монотонность убывания или возрастания функции  $q_i = f(R_j)$ .

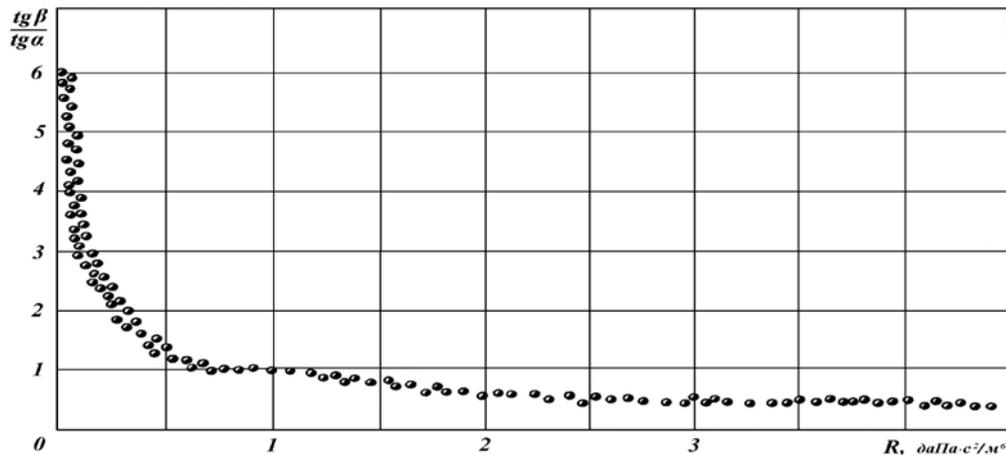


Рис. 2. Зависимость отношения  $tg\beta / tg\alpha$  от изменения сопротивления регулятора

Действительно, для любого  $K$ -го узла расчетной вентиляционной схемы является справедливым равенство:

$$\sum_{i=1}^n (dq_i/dR_j) = 0. \quad (21)$$

Чтобы равенство (21) выполнялось, производные должны быть разных знаков. Поскольку при изменении  $R_j$  принцип пропорциональности для нелинейных систем не выполняется, то сумма численных значений производных в узле будет равна нулю только в том случае, если интенсивность изменения потоков воздуха для различных ветвей будет различной. А т.к. с ростом  $R_j$  в силу нелинейности функции  $q_i = f(R_j)$  меняется и скорость изменения функции, то возможны ситуации, когда производные от расходов воздуха для отдельных ветвей в определенном интервале изменения  $q_i$  могут изменять свой знак на обратный. А это равносильно появлению локальных максимумов или минимумов на кривой изменения  $q_i$ . Указанные особенности обусловили необходимость ограничения использования зависимости (19) для построения характеристики взаимосвязанности минимальным значением  $R_j \geq 0,001$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>.

Начиная с  $R_j \geq 0,01$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup> и для каждого последующего увеличения сопротивления, отношения  $tg\beta_i / tg\alpha_i$  с незначительными вариациями колеблются около среднего значения. По мере увеличения  $R_j$  уменьшается разброс точек, что свидетельствует о правильности выбора исходных предпосылок для построения функциональной зависимости между отношением производных, с одной стороны, и изменяющимся аэродинамическим сопротивлением влияющей ветви, с другой.

Обработка результатов по методу средних показала, что зависимость  $tg\beta_i / tg\alpha_i$  при изменении  $R_j$  в пределах от 0,1 до 100 даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup> достаточно хорошо описывается уравнением:

$$\frac{tg\beta_i}{tg\alpha_i} = 74,28 \exp(-4,307 R_j^{0,14}). \quad (22)$$

Т.к.  $f'(R_\xi) = tg\beta$ , то выражение (19) с учетом (20) преобразуется к виду:

$$q_i = q_{i,n} + 74,28 \frac{dq_i}{dR_j} (R_j - 1) \exp(-4,307 R_j^{0,14}), \quad (23)$$

где  $q_{i,n}$  – начальный базовый расход воздуха в  $i$ -й выработке, соответствующей значению  $R_j = 1,0$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>.

Неизвестные значения производных  $dq_i/dR_j$  определяются для базового состояния сети в соответствии с (7).

Использование зависимости (23) для оценки изменения расходов воздуха в  $i$ -й управляемой ветви эффективно для угольных шахт, сопротивления выработок которых достаточно велики. Что касается рудников, то, ввиду больших поперечных сечений, наличия большого количества параллельных ветвей и ди-агональных элементов, аэродинамические сопротивления выработок составляют малые величины и колеблются в пределах от 0,00001 до 0,01 даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>. Поэтому использование зависимости (23) для таких условий является нецелесообразным.

Поскольку для базовых расходов воздуха  $tg\alpha_i = const$ , из графика (Рис. 2) следует, что по мере асимптотического приближения функции к вертикальной оси резко возрастает величина отношения  $tg\beta_i / tg\alpha_i$ , что и приводит в процес-

се использования формулы (23) к ошибкам в расчетах при малых величинах  $R_j$ .

На графике рис. 3 представлены результаты изменения значения отношения  $f'(R_\xi) / f'(R_{j,n})$  от изменения сопротивления регулятора  $R_j$  в пределах от 0,001 до

3 даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup> [11]. Ось абсцисс является натуральным логарифмом от величины сопротивления регулятора  $R_{4,8}$ .

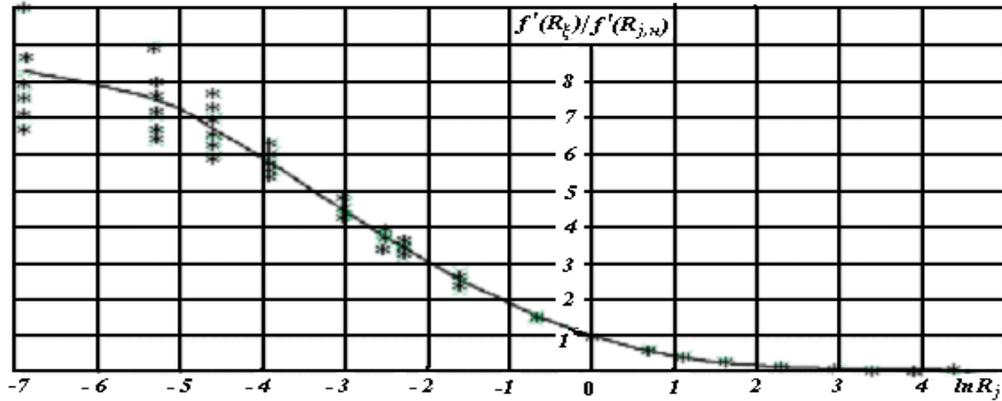


Рис. 3. Логарифмическая зависимость отношения  $f'(R_\xi)/f'(R_{j,n})$  от изменения сопротивления регулятора  $R_j$

Из графика следует, что отношение производной  $f'(R_\xi)$  к производной в базовой точке  $f'(R_{j,n})$ , соответствующей состоянию сети при  $R_{j,n}=1,0$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>,  $i = \overline{1, n}$  изменяется в ходе изменения  $R_j$  по одному и тому же закону для всех ветвей вентиляционной системы, что позволяет и в случае малых величин изменения сопротивления регуляторов получить соответствующие зависимости для оценки влияния управляющей ветви на управляемые вентиляционные потоки.

Для интерполяции экспериментальных данных был применен метод наименьших квадратов [12]. В качестве аппроксимирующей функции был выбран полином четвертой степени, позволяющий достаточно точно описать зависимость отношения  $f'(R_\xi)/f'(R_{j,n})$  от изменения сопротивления регулятора  $R_j$ .

В силу того, что недостатком аппроксимации полиномом является расхождение с экспериментальными данными на концах диапазона (в данном случае при  $R_{4,8} > 50$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>), а также в силу зависимости отношения  $f'(R_\xi)/f'(R_{j,n})$  от изменения сопротивления регулятора  $R_j$  близкой к линейной на интервале  $10 \leq R_j < 100$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>, то диапазон изменения регулятора был принят равным  $0,001 < R_j < 1$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>. В итоге получена зависимость, которая описывается уравнением вида:

$$f'(R_\xi)/f'(R_{j,n}) = (1 - 0,714 \ln R_j + 0,163 (\ln R_j)^2 - (6,56 \times 10^{-4}) \cdot (\ln R_j)^3 - (3,47 \times 10^{-3}) (\ln R_j)^4). \quad (24)$$

Т.к.  $f'(R_\xi) = tg \beta_i$ , то выражение (19) с учетом (20) преобразуется к виду:

$$q_i = q_{i,n} + [1 - 0,714 \ln R_j + 0,163 (\ln R_j)^2 - (6,56 \times 10^{-4}) \cdot (\ln R_j)^3 - (3,47 \times 10^{-3}) \cdot (\ln R_j)^4] \cdot \frac{dq_i}{dR_j} \cdot (R_j - 1). \quad (25)$$

Полученная зависимость (25) позволяет определять величину нового расхода воздуха в любой  $i$ -й ветви расчетной схемы при изменении аэродинамического сопротивления регулятора  $R_j$  в заданном диапазоне без необходимости решения многомерной нелинейной системы уравнений.

Придавая аэродинамическому сопротивлению регулятора  $R_j$  достаточно малое приращение, процесс дифференцирования и вычисления базовых производных  $\frac{dq_i}{dR_j}$  можно

осуществлять с достаточной для практики точностью по формуле:

$$\frac{dq_i}{dR_j} \cong \frac{q_{i,n} - q_{i,k}}{R_{j,n} - R_{i,k}}, \quad (26)$$

где  $q_{i,n}$  – базовый расход воздуха в  $i$ -й выработке при  $R_{j,n} = 1,0$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>, м<sup>3</sup>/с;

$q_{i,k}$  – расход воздуха в  $i$ -й выработке при  $R_{j,k} = 0,95$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>, м<sup>3</sup>/с.

Сравнительные расчеты, выполненные для различных вентиляционных систем, показали, что аппроксимирующее уравнения (23) и (25) с достаточной для практики точностью характеризует связанность потоков воздуха в шахтной вентиляционной сети в широком диапазоне изменения аэродинамического сопротивления влияющей ветви. Их использование повышает эффективность оценки состояния распределения воздуха в сложных вентиляционных системах, поскольку отпадает необходимость на каждом шаге регулирования решать многомерные нелинейные системы уравнений. При этом следует обратить внимание на то, что производные  $dq_i/dR_j$ ,  $j = \overline{1, p}$  являются условиями качественной оценки изменений, протекающих в вентиляционной сети под воздействием  $j$ -го регулятора. По их знаку легко выделить ветви, в которых расход воздуха будет убывать или возрастать. Если  $\frac{dq_i}{dR_j} > 0$ , то в такой ветви с увеличением  $R_j$  будет увеличиваться и расход воздуха, что характеризует условно параллельную связь управляющей  $j$ -й ветви с управляемым потоком воздуха в  $i$ -й ветви. При  $\frac{dq_i}{dR_j} < 0$  результат будет противоположным, что характеризует условнопоследовательную связь регулятора с управляемым потоком воздуха.

В соответствии с формулой Лагранжа для функций многих переменных уравнение взаимосвязанности (23) легко обобщается для условия одновременного изменения любого числа аэродинамических параметров в вентиляционной сети и принимает вид:

$$q_i = q_{i,n} + \sum_{j=1}^p 74,28 \frac{dq_i}{dR_j} (R_j - 1) \exp(-4,307 R_j^{0,14}). \quad (27)$$

Аналогично для зависимости (25)

$$q_i = q_{i,n} + \sum_{j=1}^p [1 - 0,714 \ln R_j + 0,163 (\ln R_j)^2 - (6,56 \times 10^{-4}) \cdot (\ln R_j)^3 - (3,47 \times 10^{-3}) \cdot (\ln R_j)^4] \cdot \frac{dq_i}{dR_j} \cdot (R_j - 1). \quad (28)$$

Алгоритм расчета на основе зависимостей (27) и (28) сводится к следующему. Вначале рассчитывается базовое воздухораспределение  $q_{i,n}, i = 1, 2, \dots, n$  для условия, когда все переменные  $R_j = 1,0$  даПа·с<sup>2</sup>/м<sup>6</sup>. После определения базового состояния последовательно находятся производные  $dq_i/dR_j$  по всем переменным параметрам  $R_j, j = 1, 2, \dots, p$ .

Рассмотрим расчетную вентиляционную схему, представленную на рис. 4. Требуется найти функциональные зависимости для определения влияния вентилятора, установленного в ветви 4-6 и работающего без перемычки, на распределение расходов воздуха в сети. Исходные данные к расчетной схеме приведены в таблице 1. Характеристики главных вентиляторов заданы в виде уравнений:  $h_1 = 2347 - 0,15 \cdot q_{38}^2$ ;  $h_2 = 2870 - 0,36 \cdot q_{79}^2$ .

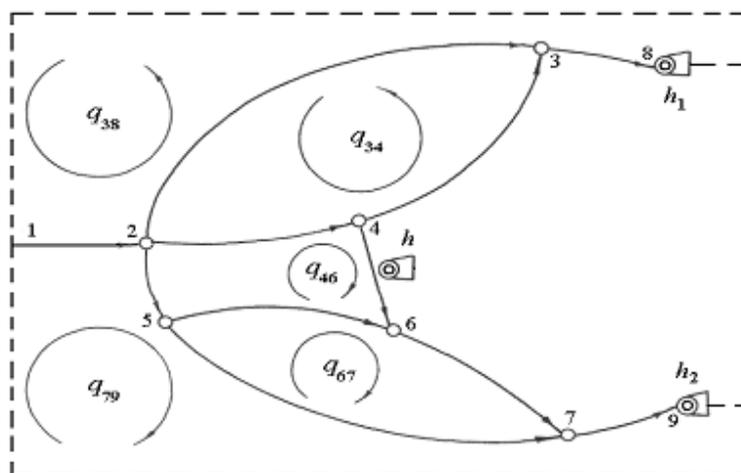


Рис. 4. Расчетная пятиконтурная вентиляционная сеть

Таблица 1

**Исходные данные к расчетной схеме (Рис. 4)**

Код ветви	$R, Н \cdot с^2/м^8$	$Q, м^3/с$	Код ветви	$R, Н \cdot с^2/м^8$	$Q, м^3/с$
1-2	0,05	120	4-6	0,4	10
2-3	0,2	50	5-6	0,4	20
2-4	0,4	30	5-7	1,15	20
2-5	0,15	40	6-7	0,333	30
4-3	0,35	20	7-9	0,22	50
3-8	0,08	70			

Чтобы оценить влияние активного регулятора, установленного в ветви 4-6, на характер изменения расходов воздуха в расчетной вентиляционной схеме, воспользуемся условием взаимосвязанности вида (14), в состав которой входят производные. Для их определения составим систему уравнений, описывающих заданную расчетную схему:

$$\begin{cases}
 R_{12}(q_{38} + q_{79})^2 + R_{23}(q_{38} - q_{43})^2 + R_{38}q_{38}^2 = 2347 - 0,15q_{38}^2; \\
 R_{24}(q_{43} + q_{46})^2 + R_{43}q_{43}^2 - R_{23}(q_{38} - q_{43})^2 = 0; \\
 R_{24}(q_{43} + q_{46})^2 + R_{46}q_{46}^2 - R_{56}(q_{67} - q_{46})^2 - R_{25}(q_{79} - q_{46})^2 = h; \\
 R_{56}(q_{67} - q_{46})^2 + R_{67}q_{67}^2 - R_{57}(q_{79} - q_{67})^2 = 0; \\
 R_{12}(q_{38} + q_{79})^2 + R_{25}(q_{79} - q_{46})^2 + R_{79}q_{79}^2 + R_{57}(q_{79} - q_{67})^2 = 2870 - 0,36q_{79}^2,
 \end{cases} \quad (30)$$

где  $q_{43}, q_{38}, q_{46}, q_{67}, q_{79}$  – независимые расходы воздуха.

В третье уравнение системы (30) в соответствии с условием задачи введен изменяющийся параметр  $h$ .

Продифференцировав данную систему по изменяющемуся параметру  $h$  после соответствующих подстановок вместо  $R$  и  $Q$  их базовых значений из таблицы 1, получим линейную систему уравнений относительно определяемых производных:

$$\left\{ \begin{array}{l} 64,2 \frac{dq_{38}}{dh} - 20 \frac{dq_{43}}{dh} + 12 \frac{dq_{79}}{dh} = 0; \\ - 20 \frac{dq_{38}}{dh} + 58 \frac{dq_{43}}{dh} + 24 \frac{dq_{46}}{dh} = 0; \\ 24 \frac{dq_{43}}{dh} + 60 \frac{dq_{46}}{dh} - 16 \frac{dq_{67}}{dh} - 12 \frac{dq_{79}}{dh} = 1; \\ - 16 \frac{dq_{46}}{dh} + 81,98 \frac{dq_{67}}{dh} - 46 \frac{dq_{79}}{dh} = 0; \\ 12 \frac{dq_{38}}{dh} - 12 \frac{dq_{46}}{dh} - 46 \frac{dq_{67}}{dh} + 128 \frac{dq_{79}}{dh} = 0. \end{array} \right. \quad (31)$$

Решая систему, находим производные первого порядка. Производные более высокого порядка вычисляются дальнейшим последовательным дифференцированием выражения (30) или путем использования формулы (9). В таблице 2 представлены результаты этих расчетов.

Используя данные таблицы 2 и имея в виду (14), можно составить расчетные формулы по определению расхода воздуха в любом элементе рассматриваемой схемы в случае изменения давления в ветви 4-6.

Таблица 2

**Результаты расчета производных**

Код ветви	Базовый расход, м <sup>3</sup> /с	Производные от расходов		
		$\frac{dq}{dh} \cdot 10^3$	$\frac{d^2q}{dh^2} \cdot 10^6$	$\frac{d^3q}{dh^3} \cdot 10^9$
1,2	120	0,879	- 4,257	3,503
2,3	50	7,095	0,708	0,587
2,4	30	12,810	-7,829	11,620
2,5	40	-19,026	2,864	-8,709
3,8	70	-4,735	0,199	-1,779
4,3	20	-11,830	-0,509	-2,366
4,6	10	24,640	-7,319	13,991
5,6	20	-16,680	0,314	-7,287
5,7	20	-2,344	2,549	-1,422
6,7	30	7,958	-7,005	6,703
7,9	50	5,614	-4,456	5,282

Например, для независимых расходов с точностью до четырех членов разложения будем иметь следующие функциональные зависимости:

$$\begin{aligned} q_{43} &= 20 - 11,830 \cdot 10^{-3} h - 0,509 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} - 2,366 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6}; \\ q_{38} &= 70 - 4,735 \cdot 10^{-3} h + 0,199 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} - 1,779 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6}; \\ q_{46} &= 10 + 2,464 \cdot 10^{-3} h - 7,319 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} + 13,991 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6}; \end{aligned} \quad (32)$$

$$q_{67} = 30 + 7,958 \cdot 10^{-3} h - 7,005 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} + 6,703 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6};$$

$$q_{79} = 50 + 5,614 \cdot 10^{-3} h - 4,456 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} + 5,282 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6}.$$

При определении депрессии вентиляторов главного проветривания в ходе изменения  $h$  необходимо в уравнения характеристики вместо  $q_{38}$  и  $q_{79}$  подставить их значения, выраженные через соответствующие зависимости согласно (32). В итоге получим:

$$h_1 = 2347 - 0,15 \left( 70 - 4,735 \cdot 10^{-3} h + 0,199 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} - 1,779 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6} \right)^2;$$

$$h_2 = 2870 - 0,36 \left( 50 + 5,614 \cdot 10^{-3} h - 4,456 \cdot 10^{-6} \frac{h^2}{2} + 5,282 \cdot 10^{-9} \frac{h^3}{6} \right)^2.$$

Расходы воздуха по остальным ветвям заданной схемы находятся аналогично. Оценка точности расчета по невязкам депрессии в контурах показывает, что погрешность в вычислениях на границах интервалов изменения  $h = \pm 300$  Па не превышает 5%. Повысить точность расчета можно увеличением числа членов разложения в полученных зависимостях.

**Выводы.** Выполненные исследования показали, что на основе применения рядов Тейлора, Маклорена и формулы Лагранжа могут быть построены функциональные зависимости для оценки влияния изменяющихся аэродинамических параметров одного или нескольких, одновременно действующих, регуляторов на распределение потоков воздуха в сложных вентиляционных сетях. Установлено новое свойство вентиляционной системы, заключающееся в том, что численные характеристики отношений производных в управляемых потоках при изменении на заданном промежутке работы регулятора в управляющей ветви к производным тех же потоков, соответствующих базовому состоянию вентиляционной сети, могут быть представлены в виде экспоненциальной (22) или логарифмической (24) зависимостей.

Изложенный подход к анализу сложных вентиляционных сетей позволяет дать не только качественную оценку возмущающего воздействия пассивных или активных регуляторов на изменение расходов воздуха в управляемых ветвях, но и получить количественную оценку по определению изменения расхода воздуха в любом управляемом элементе вентиляционной сети при изменении аэродинамических характеристик отдельных регуляторов или их группы, входящих в систему управления вентиляцией.

#### Примечания:

1. Абрамов Н.Н. Теория и методика расчета систем подачи и распределения воды. М.: Стройиздат, 1972. 288 с.
2. Абрамов Ф.А., Тянь Р.Б., Потемкин В.Я. Расчет вентиляционных сетей шахт и рудников. М.: Недра, 1978. 232 с.
3. Цой С., Рогов Е.И. Основы теории вентиляционных сетей. Алма-Ата: Наука, 1965. 283 с.
4. Цой С. Автоматическое управление вентиляционными системами шахт. Алма-Ата: Наука, 1975. 336 с.
5. Рязанцев Г.К. Устойчивость и управляемость шахтных вентиляционных систем. Алма-Ата: Наука, 1978. 276 с.
6. Бойко В.А., Кременчуцкий Н.Ф. Основы теории расчета вентиляции шахт. М.: Недра, 1978. 280 с.
7. Бойко В.А., Петречук А.А., Хомасуридзе В.Д. Взаимосвязанность расходов воздуха параллельных выработок при отрицательном регулировании // Изв. вузов. Горный журнал. 1974. № 11. С. 63–69.

8. Левицкий Ж.Г. Аэромеханика вентиляционных потоков. Караганда: КарГТУ, 2003. 228 с.

9. Левицкий Ж.Г., Аманжолов Ж.К., Нургалиева А.Д. Взаимодействие потоков воздуха в зоне влияния активного регулятора // Вестник КузГТУ. Кемерово: КузГТУ. 2011. № 3. С. 3–7.

10. Левицкий Ж.Г., Аманжолов Ж.К., Нургалиева А.Д. Активный регулятор и его влияние на распределение расхода воздуха в сложной вентиляционной сети // Безопасность труда в промышленности. Москва. 2012. № 5. С. 50–53.

11. Левицкий Ж.Г., Соколов А.В. Приложение теоремы Лагранжа к анализу сложных вентиляционных систем // Труды университета. Караганда: КарГТУ. 2011. № 1 (42). С. 50–54.

12. Тарасевич Ю.Ю. Численные методы на Mathcad'e. Астрахань: АГПУ, 2003. 70 с.

УДК 622.411.332 (574.31)

### **Взаимосвязанность воздушных потоков в сложных вентиляционных системах**

<sup>1</sup> Жорж Георгиевич Левицкий

<sup>2</sup> Журсын Канапиевич Аманжолов

<sup>3</sup> Асель Данияловна Нургалиева

<sup>1-3</sup> Карагандинский государственный технический университет, Казахстан  
100026, Бульвар Мира 56, Караганда

<sup>1</sup> Доктор технических наук, профессор

E-mail: m611adn@mail.ru

<sup>2</sup> Кандидат технических наук, доцент

E-mail: m611adn@mail.ru

<sup>3</sup> Кандидат технических наук, старший преподаватель

E-mail: m611adn@mail.ru

**Аннотация.** В статье изложены результаты исследований по изучению закономерности взаимной связи воздушных потоков в сложных вентиляционных системах. Предлагается использовать ряды Тейлора, Маклорена и формулу Лагранжа для построения функциональных зависимостей по оценке влияния изменяющихся аэродинамических параметров одного или нескольких, одновременно действующих, регуляторов на распределение потоков воздуха в подземных выработках.

**Ключевые слова:** вентиляционная сеть; взаимосвязанность; расход воздуха; депрессия; регулятор.